

Modelo para Estruturas Porticadas Planas de Betão Armado sob Acções Cíclicas

José Sena Cruz^{1,†}, Joaquim Oliveira Barros²

*Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil
Azurém, P – 4800-058 Guimarães, Portugal*

Raimundo Delgado³, Aníbal Costa⁴

*Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil
Rua dos Bragas, P – 4050-123 Porto, Portugal*

RESUMO

O presente trabalho descreve as características essenciais do modelo numérico desenvolvido para a análise não linear material de estruturas porticadas planas sob acções cíclicas. O modelo baseia-se nas técnicas dos elementos finitos, tendo-se utilizado o elemento de Timoshenko para discretizar as barras da estrutura. A secção transversal das barras é discretizada em camadas, sendo simulado o comportamento elasto-plástico hysterético do betão e das armaduras. As leis constitutivas que definem o comportamento dos materiais foram definidas com recurso a bibliografia da especialidade.

O desempenho do modelo é avaliado por intermédio de resultados obtidos em ensaios experimentais.

1. INTRODUÇÃO

A perda de vidas humanas e os danos ocorridos nos sismos dos últimos anos revelam a necessidade de desenvolver modelos numéricos capazes de simular, com rigor suficiente, o comportamento das estruturas até à sua rotura, quando solicitadas por acções sísmicas.

Nas últimas décadas tem-se assistido a um esforço considerável de investigação na interpretação e na modelação do comportamento de estruturas porticadas de betão armado sujeitas a acções sísmicas, CEB (1996, 1996a). O desempenho de um modelo numérico depende, fundamentalmente, da qualidade das leis constitutivas dos materiais intervenientes, do rigor da simulação das acções actuantes e da precisão do algoritmo numérico. Trata-se,

¹ Assistente

[†] Autor para quem deverá ser enviada a correspondência (jsena@eng.uminho.pt)

² Professor Auxiliar

³ Professor Catedrático

⁴ Professor Associado

portanto, de uma área científica que mobiliza e exige a interacção de investigação experimental e numérica.

As estruturas porticadas de betão armado, quando sujeitas à acção sísmica, desenvolvem comportamento não linear material hysterético, sendo essencial simular este comportamento por forma a reproduzir a resposta da estrutura.

Segundo o CEB (1994) o modelo numérico designado por *modelo de fibras* constitui, actualmente, o melhor compromisso entre o rigor da simulação dos efeitos não lineares em estruturas porticadas reticuladas sob acções cíclicas, e a eficiência computacional. Dos fenómenos que são possíveis simular com este modelo destacam-se os seguintes:

- efeito da degradação de rigidez e de resistência do betão armado;
- efeito do confinamento do betão do núcleo. Para tal, o betão de recobrimento e o betão do núcleo devem ser tratados de forma distinta, dado terem diferente grau de confinamento. Assim, a lei constitutiva do betão do núcleo deve ter em conta o efeito das armaduras transversais;
- efeito do estreitamento dos diagramas hysteréticos (efeito de *pinching* da nomenclatura Inglesa);
- efeito de encurvadura dos varões longitudinais.

Neste trabalho descreve-se um modelo de fibras desenvolvido para a análise estática não linear material de pórticos planos de betão armado sob acções cíclicas. O desempenho do modelo é aferido por intermédio de simulação numérica de ensaios experimentais com elementos de betão armado submetido a acções cíclicas.

2. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

Para modelar o comportamento não linear hysterético de estruturas porticadas de betão armado desenvolveu-se um modelo baseado nas técnicas dos elementos finitos. As barras da estrutura podem ser descritizadas por elementos de Timoshenko de dois ou três nós. No modelo a secção transversal de cada barra é decomposta em camadas paralelas à linha neutra. Estas camadas podem ser de betão ou de aço, sendo o comportamento do elemento avaliado ao nível dos seus pontos de Gauss. Com base na lei de deformações que se desenvolvem na secção, e considerando as hipóteses admitidas na teoria de Timoshenko (1970), é possível avaliar a rigidez de cada camada e, por conseguinte, a rigidez do elemento. Esta rigidez é definida por intermédio das leis constitutivas dos materiais intervenientes. Todos estes aspectos encontram-se esquematizados na Figura 1.

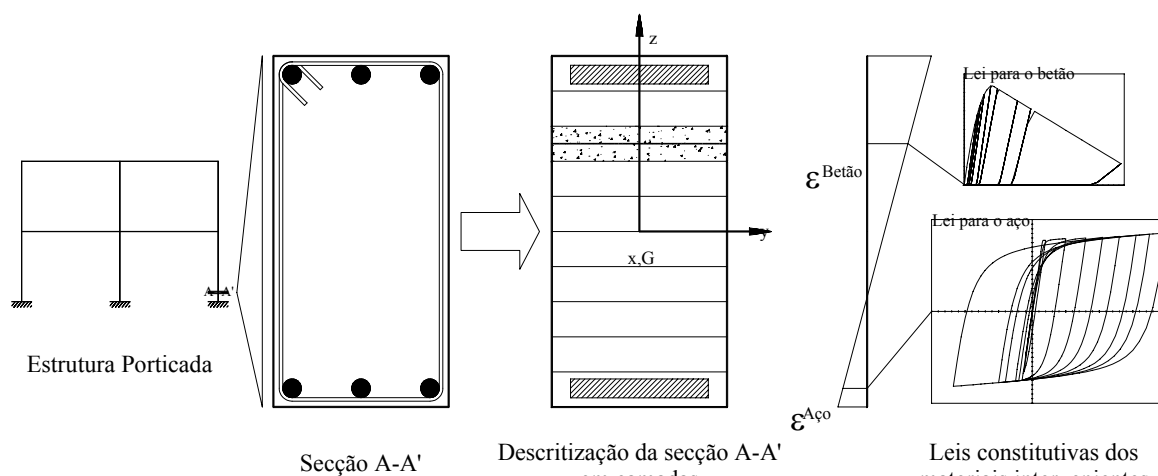


Figura 1 – Processo de modelação segundo o modelo desenvolvido.

Dado o comportamento não linear do betão e das armaduras o sistema de equações de equilíbrio resultante é não linear. A resolução deste sistema de equações é efectuada por intermédio da aplicação do método de Newton-Raphson, Zienkiewicz (1989). A determinação da matriz de rigidez, o processo de cálculo das forças internas e o algoritmo não linear adoptado, são apresentados nas próximas secções.

2.1. Matriz de rigidez

A partir do trabalho interno de deformação resulta a matriz de rigidez, \underline{K} , de um elemento de viga, apresentando o seguinte aspecto formal:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{aa} & \underline{K}_{af} \\ \underline{K}_{fa} & \underline{K}_{ff} \end{bmatrix} \quad (1)$$

em que \underline{K}_{aa} , \underline{K}_{af} , \underline{K}_{fa} e \underline{K}_{ff} são as submatrizes de rigidez associadas à deformação axial, à deformação de interacção axial-flexão e flexão-axial e à deformação de flexão, respectivamente, Barros (1995).

Para proceder à análise não linear material, a matriz de rigidez de cada elemento passa a ter um aspecto formal diferente do utilizado em análise linear material. Assim, esta é determinada por meio da contribuição de cada camada, quer de betão quer de armadura. As diferentes componentes da matriz de rigidez associadas às camadas de betão obtêm-se da seguinte forma:

$$\underline{K}_{aa}^b = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{af}}} \left(\underline{B}_a^T \cdot \hat{\underline{D}}_a^b \cdot \underline{B}_a \cdot \det J \right)_{\xi_{af}} \cdot W_p, \quad \underline{K}_{af}^b = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{af}}} \left(\underline{B}_a^T \cdot \hat{\underline{D}}_{af}^b \cdot \underline{B}_f \cdot \det J \right)_{\xi_{af}} \cdot W_p, \quad (2)$$

$$\underline{K}_{fa}^b = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{af}}} \left(\underline{B}_f^T \cdot \hat{\underline{D}}_{fa}^b \cdot \underline{B}_a \cdot \det J \right)_{\xi_{af}} \cdot W_p, \quad \underline{K}_{ff}^b = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{af}}} \left(\underline{B}_f^T \cdot \hat{\underline{D}}_f^b \cdot \underline{B}_f \cdot \det J \right)_{\xi_{af}} \cdot W_p \quad (3)$$

com,

$$\hat{\underline{D}}_a^b = \sum_{k=1}^{NC} D_{af,k}^b \cdot b_k \cdot (z_k^s - z_k^i), \quad \hat{\underline{D}}_{af}^b = \hat{\underline{D}}_{fa}^b = \sum_{k=1}^{NC} D_{af,k}^b \cdot b_k \cdot (z_k^s - z_k^i) \cdot z_k^m, \quad (4)$$

$$\hat{\underline{D}}_f^b = \sum_{k=1}^{NC} D_{af,k}^b \cdot b_k \cdot (z_k^s - z_k^i) \cdot (z_k^m)^2. \quad (5)$$

Nas expressões (2) e (3) \underline{K}_{aa}^b , \underline{K}_{af}^b , \underline{K}_{fa}^b e \underline{K}_{ff}^b são as submatrizes de rigidez associadas à deformação axial, à deformação de interacção axial-flexão e flexão-axial e à deformação de flexão, respectivamente, \underline{B}_a e \underline{B}_f são os vectores de deformação axial e de flexão, respectivamente, J é a matriz Jacobiana, W_p é o peso corresponde à ordem de integração numérica de Gauss-Legendre e $N_{\xi_{af}}$ representa o número de pontos de Gauss utilizado no cálculo das submatrizes de rigidez associadas aos termos axiais e de flexão. Em (4) $D_{af,k}^b$ e b_k são o módulo de elasticidade longitudinal tangente e o comprimento da linha média da camada genérica k (ver Figura 2), enquanto que z_k^i , z_k^m e z_k^s são, respectivamente, a cota

inferior, intermédia e superior da camada k , medidas a partir do centro de gravidade da secção. NC representa o número de camadas de betão que discretiza a secção, Cruz (1998).

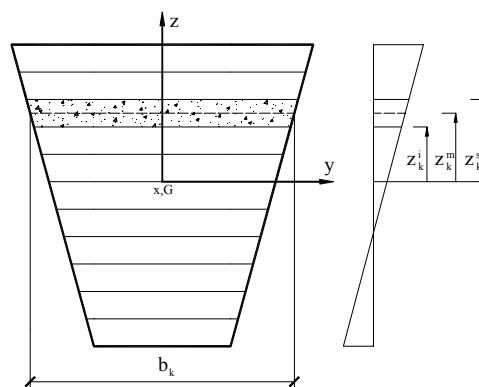


Figura 2 – Simbologia utilizada na discretização das camadas.

Neste modelo a rigidez à flexão da própria camada foi desprezada. É de salientar que esta simplificação não introduz erros significativos desde que se utilize um número suficiente de camadas para manter adequadamente o comportamento da secção transversal. É possível verificar que para uma secção discretizada em 10 a 12 camadas, o erro é inferior a 1.0 %, Barros (1995).

No modelo desenvolvido admitiu-se comportamento linear para deformação por corte, sendo então, a contribuição dos termos de rigidez de corte para a matriz de rigidez do elemento determinado segundo os procedimentos usuais em regime linear material, Cruz (1998).

À rigidez dos elementos finitos que simulam o betão, é adicionada a rigidez dos elementos que simulam a armadura. Porém, as camadas de armadura, excêntricamente posicionadas em relação à linha média da secção, introduzem termos de flexão na matriz de rigidez do elemento. A matriz de rigidez da armadura é definida por:

$$\underline{K}_{aa}^s = \sum_{p=1}^{N_{\text{caf}}} \left(\underline{B}_a^T \cdot \hat{\underline{D}}_a^s \cdot \underline{B}_a \cdot \det J \right)_{\xi_{\text{caf}}} \cdot W_p, \quad \underline{K}_{af}^s = \sum_{p=1}^{N_{\text{caf}}} \left(\underline{B}_a^T \cdot \hat{\underline{D}}_{af}^s \cdot \underline{B}_f \cdot \det J \right)_{\xi_{\text{caf}}} \cdot W_p, \quad (6)$$

$$\underline{K}_{fa}^s = \sum_{p=1}^{N_{\text{caf}}} \left(\underline{B}_f^T \cdot \hat{\underline{D}}_{fa}^s \cdot \underline{B}_a \cdot \det J \right)_{\xi_{\text{caf}}} \cdot W_p, \quad \underline{K}_{ff}^s = \sum_{p=1}^{N_{\text{caf}}} \left(\underline{B}_f^T \cdot \hat{\underline{D}}_f^s \cdot \underline{B}_f \cdot \det J \right)_{\xi_{\text{caf}}} \cdot W_p, \quad (7)$$

com,

$$\hat{\underline{D}}_a^s = \sum_{n=1}^{NS} D_{af,n}^s \cdot A_n^s, \quad \hat{\underline{D}}_{af}^s = \hat{\underline{D}}_{fa}^s = \sum_{n=1}^{NS} D_{af,n}^s \cdot A_n^s \cdot z_n, \quad \hat{\underline{D}}_f^s = \sum_{n=1}^{NS} D_{af,n}^s \cdot A_n^s \cdot (z_n)^2 \quad (8)$$

em que, \underline{K}_{aa}^s , \underline{K}_{af}^s , \underline{K}_{fa}^s e \underline{K}_{ff}^s são as submatrizes de rigidez associadas à deformação axial, de deformação de interacção axial-flexão e de flexão-axial e deformação de flexão, respectivamente. Por sua vez, $D_{af,n}^s$ é o módulo de elasticidade longitudinal tangente da armadura, A_n^s é a área de armadura existente na camada n , à cota z_n medida em relação ao centro de gravidade da secção transversal e NS representa o número de camadas de armaduras consideradas.

Utilizou-se a mesma regra de integração para o cálculo da matriz de rigidez dos elementos de betão e de armadura.

2.2. Forças internas

No estabelecimento da configuração de equilíbrio é necessário calcular as forças nodais equivalentes ao estado de tensão instalado. Assim, para um determinado elemento, as expressões que determinam as forças nodais no betão são:

$$\underline{f}_{int,a}^b = \{\underline{N}_x^b\} = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{af}}} (\underline{B}_a^T \cdot \hat{N}_b \cdot \det J)_{\xi_{af}} \cdot W_p, \quad \underline{f}_{int,f}^b = \{\underline{M}_y^b\} = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{mf}}} (\underline{B}_f^T \cdot \hat{M}_b \cdot \det J)_{\xi_{af}} \cdot W_p, \quad (9)$$

$$\underline{f}_{int,c}^b = \{\underline{V}_y\} = \sum_{p=1}^{N_{\xi_c}} (\underline{B}_c^T \cdot \hat{Q}_b \cdot \det J)_{\xi_c} \cdot W_p, \quad (10)$$

em que

$$\hat{N}_b = \sum_{k=1}^{NC} \sigma_{af,k}^b \cdot b_k \cdot (z_k^s - z_k^i), \quad \hat{M}_b = \sum_{k=1}^{NC} \sigma_{af,k}^b \cdot b_k \cdot (z_k^s - z_k^i) \cdot z_k^m, \quad \hat{Q}_b = A^* \cdot \tau_c \quad (11)$$

em que A^* é a área reduzida de corte τ_c é a tensão tangencial média na secção. Nas expressões anteriores $\underline{f}_{int,a}^b$, $\underline{f}_{int,f}^b$ e $\underline{f}_{int,c}^b$ são as forças nodais equivalentes aos esforços axiais, de flexão e de corte, respectivamente. Por sua vez $\sigma_{af,k}^b$ é a tensão normal na camada k .

Na armadura, as forças nodais equivalentes aos esforços axiais, $\underline{f}_{int,a}^s$, e de flexão, $\underline{f}_{int,f}^s$, são determinadas da seguinte forma:

$$\underline{f}_{int,a}^s = \{\underline{N}_x^s\} = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{af}}} (\underline{B}_a^T \cdot \hat{N}_s \cdot \det J)_{\xi_{af}} \cdot W_p, \quad \underline{f}_{int,f}^s = \{\underline{M}_y^s\} = \sum_{p=1}^{N_{\xi_{af}}} (\underline{B}_f^T \cdot \hat{M}_s \cdot \det J)_{\xi_{af}} \cdot W_p \quad (12)$$

em que

$$\hat{N}_s = \sum_{n=1}^{NS} \sigma_{af,n}^s \cdot A_n^s, \quad \hat{M}_s = \sum_{n=1}^{NS} \sigma_{af,n}^s \cdot A_n^s \cdot z_n \quad (13)$$

sendo $\sigma_{af,n}^s$ a tensão na armadura n . No cálculo das forças nodais equivalentes no betão e na armadura utilizou-se a mesma ordem de integração que a adoptada na integração da matriz de rigidez daqueles materiais.

2.3. Leis constitutivas

2.3.1. Lei constitutiva do betão

A contribuição do betão para a resposta estrutural de peças lineares de betão armado submetidas a acções cíclicas é menos relevante que a contribuição do aço. Por este facto a importância dos ramos de descarga/recarga no betão é reduzida, sendo a modelação do comportamento do betão efectuada por intermédio de modelos relativamente simples. Contudo, estes modelos deverão apresentar especial cuidado na envolvente monotónica, pois esta tem influência significativa na resposta global do elemento, Gomes (1992).

Neste trabalho apresenta-se uma versão sugerida por Gomes (1992) que conjuga a envolvente monotónica de Scott *et al.* (1982), com as regras de descarga e recarga seguidas por Thompson *et al.* (1980). O modelo proposto considera o efeito da cintagem quer na tensão

máxima e correspondente extensão máxima, quer na inclinação do ramo descendente. A envolvente monotónica é definida por três ramos (Figura 3):

$$\sigma_c = \begin{cases} k \cdot f_c \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{k \cdot \varepsilon_{c0}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{k \cdot \varepsilon_{c0}} \right)^2 \right] & \text{se } \varepsilon_c \leq k \cdot \varepsilon_{c0} \\ k \cdot f_c \cdot [1 - z \cdot (\varepsilon_c - k \cdot \varepsilon_{c0})] & \text{se } k \cdot \varepsilon_{c0} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c20} \\ 0.2 \cdot k \cdot f_c & \text{se } \varepsilon_{c20} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c\max} \end{cases} \quad (14)$$

em que ε_c e σ_c são a extensão e tensão do betão, respectivamente. f_c é a tensão média de rotura à compressão, em MPa, em cilindros de 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro e k é o parâmetro que define o efeito de cintagem dado por $1 + (\rho_v \cdot \sigma_{sw0} / f_c)$. Em (14) z é o parâmetro que define o declive do ramo descendente da curva,

$$z = \frac{0.50}{\frac{3 + 0.29 \cdot f_c}{145 \cdot f_c - 1000} + \frac{3}{4} \cdot \rho_v \cdot \sqrt{\frac{b'}{s} - \varepsilon_{c0}} \cdot k} \quad (15)$$

em que ρ_v é a relação volumétrica da armadura transversal definida por $2 \cdot (A'_{sw} / s) \cdot ((b' + d') / (b' \cdot d'))$ sendo A'_{sw} a área de um ramo do estribo, b' e d' são a largura e altura do núcleo cintado da secção, medidas em relação às faces exteriores do estribo, respectivamente, e s é o espaçamento dos estribos. σ_{sw0} é a tensão de cedência dos estribos expressa em MPa. Por sua vez $k \cdot \varepsilon_{c0}$ é a extensão correspondente ao ponto onde ocorre a tensão máxima, sendo para o betão simples, ε_{c0} , igual a 0.002. A deformação limite do ramo descendente, ε_{c20} , é dada por $k \cdot \varepsilon_{c0} + 0.8/z$, e a deformação máxima, $\varepsilon_{c\max}$, é dada por $0.004 + 0.9 \cdot \rho_v \cdot \sigma_{sw0} / 300$.

Os caminhos de descarga e recarga são definidos por ramos rectos (Figura 3). A lei é definida a partir do ponto de inversão (ε_{c1} , σ_{c1}) e é dada por $\sigma_c = E_{c1} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1}) \cdot \sigma_{c1}$, sendo E_{c1} o declive do ramo de descarga/recarga dado por:

$$E_{c1} = \begin{cases} E_{c0} & \text{se } \varepsilon_c \leq k \cdot \varepsilon_{c0} \\ \left(0.8 - 0.7 \cdot \frac{(\varepsilon_{c1} - k \cdot \varepsilon_{c0})}{\varepsilon_{c20} - k \cdot \varepsilon_{c0}} \right) \cdot E_{c0} & \text{se } k \cdot \varepsilon_{c0} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c20} \\ 0.1 \cdot E_{c0} & \text{se } \varepsilon_{c20} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c\max} \end{cases} \quad (16)$$

e E_{c0} é o módulo de elasticidade longitudinal na origem, em MPa, determinado por $1000 \cdot f_c$.

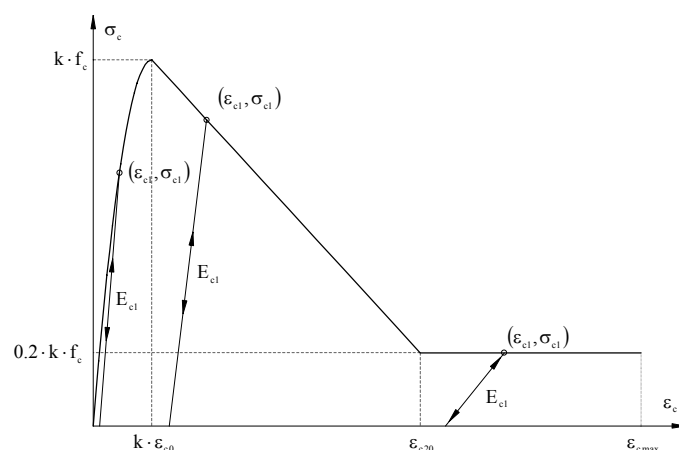


Figura 3 – Lei constitutiva adoptada para a simulação do comportamento do betão.

2.4. Lei constitutiva da armadura

O modelo do aço implementado foi baseado numa versão de Guedes (1997). A envolvente monotónica (ver Figura 4) é constituída por três ramos distintos. O ramo elástico é definido por intermédio do módulo de elasticidade longitudinal do aço, E_s , na forma $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$, para $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}$, em que, σ_s e ε_s representam a tensão e extensão na armadura, respectivamente. A tensão de cedência da armadura e a correspondente extensão são representadas por σ_{sy} e ε_{sy} , respectivamente. O patamar de cedência é definido por $\sigma_s = \sigma_{sy}$ válido no intervalo $\varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$, em que ε_{sh} é a extensão a partir da qual se inicia o ramo de endurecimento isotrópico. Este ramo de endurecimento é definido com recurso a um polinómio de quarto grau válido entre os pontos $(\varepsilon_{sh}, \sigma_{sy})$ e $(\varepsilon_{su}, \sigma_{su})$, expresso por:

$$\sigma_s = \sigma_{su} - (\sigma_{su} - \sigma_{sy}) \cdot \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^4 \quad (17)$$

O ponto $(\varepsilon_{su}, \sigma_{su})$ é usualmente designado por ponto de rotura. Como o efeito da encurvadura dos varões longitudinais não é tido em conta no presente modelo, a monotónica em tracção coincide com a monotónica em compressão.

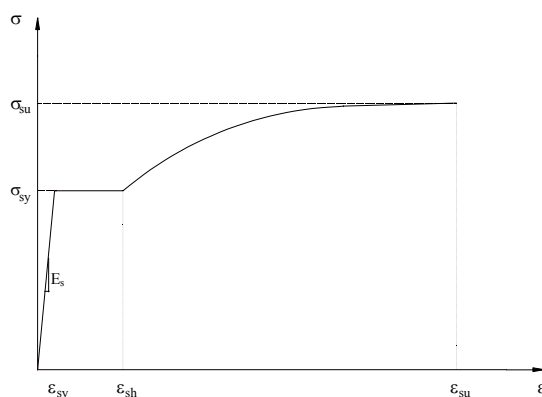


Figura 4 – Lei constitutiva adoptada para a simulação da armadura (envolvente monotónica).

Nos carregamentos cíclicos Guedes (1997) utilizou uma formulação do tipo Giuffré e Pinto e implementada por Menegotto *et al.* (1973). No modelo desenvolvido a envolvente monotónica deixa de ser válida a partir de uma descarga que inclua a plastificação da armadura e verifique a relação $|\varepsilon_{s\max} - \varepsilon_s| \geq |\varepsilon_{sy}/3|$, em que, $\varepsilon_{s\max}$ é a máxima incursão plástica verificada na curva monotónica. Refira-se ainda que, enquanto esta condição não for verificada, as descargas na monotónica são elásticas, isto é, com um módulo de elasticidade de descarga e recarga igual ao E_s . A expressão que define tensão no aço, σ_s , para carregamentos cíclicos (ver Figura 5) é dada por:

$$\sigma_s^* = b \cdot \varepsilon_s^* + \left(\frac{(1-b)}{(1 + (\varepsilon_s^*)^R)^{1/R}} \right) \cdot \varepsilon_s^*, \quad (18)$$

onde

$$\sigma_s^* = \frac{\sigma_s - \sigma_{sr}}{\sigma_{s0} - \sigma_{sr}}, \quad \varepsilon_s^* = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sr}}{\varepsilon_{s0} - \varepsilon_{sr}} \quad \text{e} \quad R = R_0 - \frac{a_1 \cdot \xi}{a_2 + \xi} \quad (19)$$

O ponto $(\varepsilon_{sr}, \sigma_{sr})$ corresponde ao ponto de inversão da deformação e o ponto $(\varepsilon_{s0}, \sigma_{s0})$ corresponde ao ponto de intersecção das duas assíntotas de inclinação E_s e E_{sh} . O parâmetro b é a razão entre o módulo de elasticidade inicial, E_s , e o módulo de elasticidade do ramo de endurecimento, E_{sh} . Este módulo de elasticidade pode ser estimado pela expressão $E_{sh} = (\sigma_{su} - \sigma_{sy})/(\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy})$. Os parâmetros a_1 , a_2 e R_0 deverão ser aferidos experimentalmente. O parâmetro R define a forma de transição da curva e está directamente ligado ao efeito de Bauschinger. O parâmetro ξ mede a diferença entre a maior deformação verificada ao longo da direcção do carregamento, $\varepsilon_{s\max}$, e $\varepsilon_{s0,i-1}$, dividida por $(\varepsilon_{s0,i} - \varepsilon_{sr,i-1})$, isto é, $\xi_i = (\varepsilon_{s\max} - \varepsilon_{s0,i-1})/(\varepsilon_{s0,i} - \varepsilon_{sr,i-1})$, sendo i o índice associado a todos os parâmetros que permitem definir a lei cíclica que está a ser utilizada.

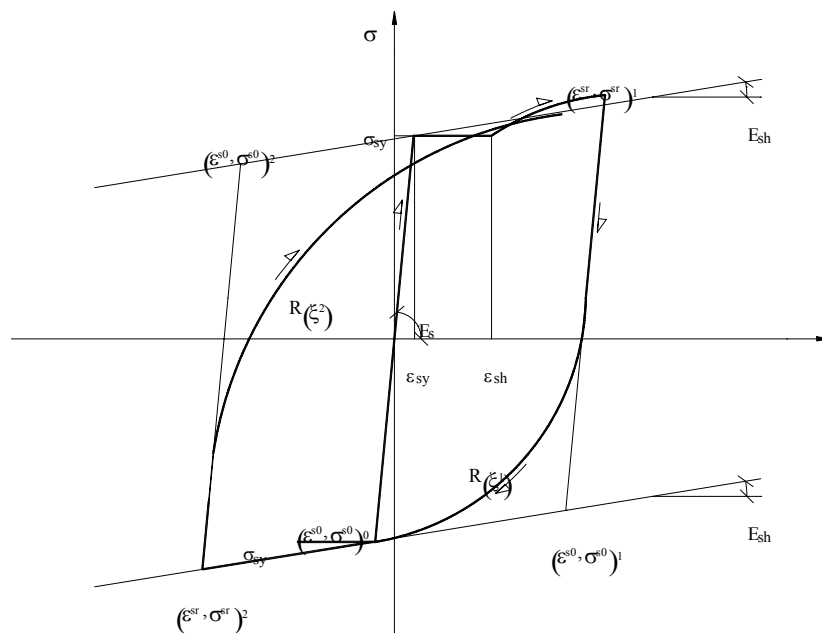


Figura 5 – Lei constitutiva adoptada para a simulação da armadura (carregamentos cíclicos).

2.5. Algoritmo de solução não-linear

A resolução de problemas não lineares é efectuada usualmente recorrendo-se a um processo incremental e iterativo. O vector solicitação é dividido num determinado número de incrementos. No modelo desenvolvido, para cada incremento, as equações de equilíbrio são resolvidas por intermédio do método de Newton-Raphson, Zienkiewicz (1989), tendo-se implementado as suas diferentes variantes. Verificou-se que, para os exemplos avaliados, o cálculo da matriz de rigidez na 1ª iteração de cada incremento, conduzia a uma convergência mais rápida. No modelo implementou-se um algoritmo de *path independent*.

Na resolução de um problema estrutural não linear, em cada fase do processo iterativo é necessário minimizar o erro associado às equações de equilíbrio da estrutura. O processo iterativo termina, isto é, a convergência é garantida, quando o erro é inferior a determinado limite. Os principais critérios de convergência podem ser definidos em termos de forças, de deslocamentos, ou ainda, em termos energéticos. O critério de convergência em termos de forças tem-se revelado bastante eficiente, Barros (1995) sendo, por isso, o adoptado neste trabalho.

Nas primeiras análises dos exemplos estudados, durante o processo de convergência ocorreram problemas numéricos associados ao mau condicionamento da matriz de rigidez. Estes surgiam, fundamentalmente, na fase em que a armadura sofria incursões plásticas (ao qual corresponde valor baixo do módulo de elasticidade tangente). Para contornar o problema, adoptou-se a metodologia proposta por Guedes (1997), que consiste no estabelecimento de uma matriz de rigidez, \underline{K} , resultante da adição de uma percentagem da matriz de rigidez tangente, \underline{K}_t , devida ao estado de deformação existente, com uma percentagem da matriz de rigidez elástica, \underline{K}_{elast} , calculada na primeira iteração do primeiro incremento, isto é,

$$\underline{K} = \underline{K}_t \cdot (1 - \alpha) + \underline{K}_{elast} \cdot \alpha. \quad (20)$$

2.6. Critérios de rotura

No estudo das estruturas submetidas a acções cíclicas há interesse em utilizar o comportamento inelástico do material. Assim, os tipos de critérios de paragem ou de rotura dos modelos numéricos terão, necessariamente, de permitir que nas estruturas sejam alcançados níveis de deformação superiores aos correspondentes à resistência máxima da secção, Gomes (1992). No presente modelo numérico adoptaram-se os seguintes critérios de rotura (válidos apenas em estruturas isostáticas):

- rotura da secção por esmagamento do betão, que em termos numéricos corresponde a considerar que a deformação das camadas de betão ultrapassaram o valor máximo de deformação admissível;
- rotura da armadura longitudinal, que consiste em admitir que a rotura ocorre quando o nível de deformação excede o valor da deformação de rotura de um ensaio monotónico.

3. VALIDAÇÃO DO MODELO

Com vista à calibração do modelo numérico simulou-se o comportamento registado experimentalmente de diversos elementos, Cruz (1998). No presente artigo apenas se apresenta a comparação dos resultados experimentais registados num dos pilares ensaiados por Guedes (1997) com os resultados obtidos com o modelo numérico desenvolvido. O pilar ensaiado P213C (designação adoptada por Guedes (1997)) representado na Figura 6(a), com secção transversal ilustrada na Figura 6(b), foi sujeito a uma história de deslocamentos

horizontais no topo (extremidade livre) representada na Figura 7. O ponto de aplicação dos deslocamentos localizava-se a 8.40 m da extremidade encastrada. Ao pilar P213C foi-lhe ainda aplicado uma força de compressão uniaxial de 1700 kN. Considerou-se um recobrimento de 8 mm.

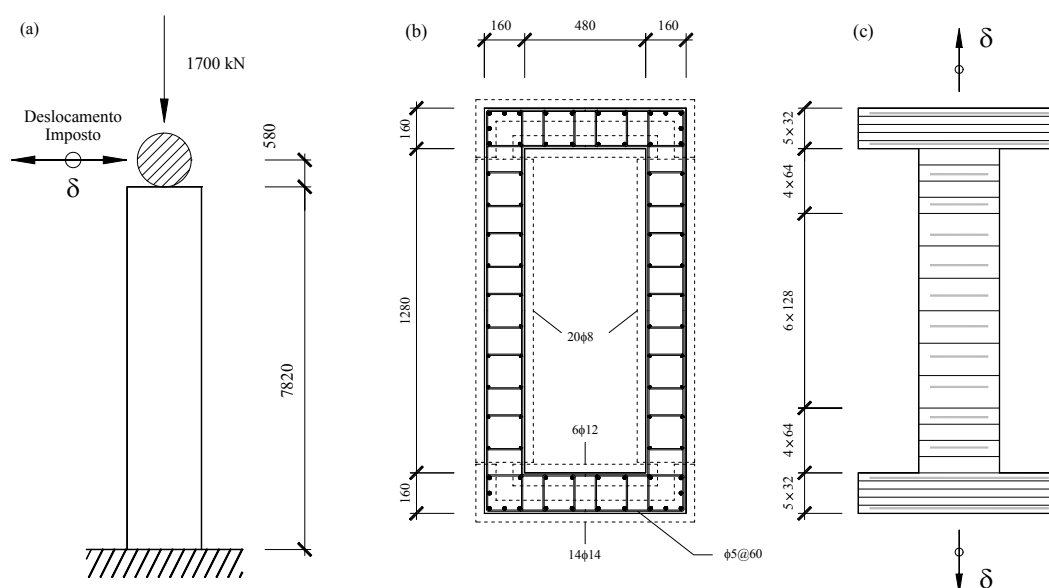


Figura 6 – (a) Pilar P213C; (b) Secção transversal do pilar P213C; (c) discretização da secção transversal segundo o modelo numérico.

O pilar foi discretizado longitudinalmente por 10 elementos de 840 mm de comprimento cada. Por sua vez, a secção transversal foi decomposta em 24 camadas de betão com a espessura representada na Figura 6(c) e, em 14 camadas de armadura longitudinal. Utilizaram-se elementos de 3 nós com integração selectiva (integração exacta nas componentes de flexão e integração reduzida nas componentes de corte), considerou-se $\alpha = 10\%$ e uma tolerância de 1×10^{-4} . As características utilizadas para definir o betão confinado encontram-se na Tabela 1, enquanto que na Tabela 2 referem-se as características associadas à armadura longitudinal.

Na Figura 7 ilustra-se o diagrama força *versus* deslocamento ($F-\delta$) obtido numericamente e experimentalmente para o ponto onde foi imposto o deslocamento (a 8.40 m da secção de encastramento). Na Figura 8 ilustra-se o respectivo diagrama de energia total *versus* deslocamento acumulado.

Tabela 1 – Parâmetros caracterizadores do betão confinado.

Tensão média de rotura à compressão em cilindros	σ_{c0} (MPa)	39.00
Coefficiente que considera o efeito de cintagem	k	1.07
Tensão máxima de compressão	$k\sigma_{c0}$ (MPa)	41.81
Módulo de elasticidade longitudinal na origem	E_{c0} (GPa)	39.00
Extensão correspondente à tensão máxima	$K\varepsilon_{c0}$ (1/1000)	2.14
Coefficiente que define o declive do ramo descendente	z	100.00
Extensão máxima	ε_{cmax} (1/1000)	10.00
Extensão limite do troço descendente	ε_{c20} (1/1000)	10.00

Tabela 2 – Parâmetros caracterizadores da armadura longitudinal.

Módulo de elasticidade	E_s (GPa)	206
Rigidez do troço de endurecimento	E_{sh} (GPa)	2.39
Tensão de cedência	σ_{sy} (MPa)	500
Extensão de cedência	ε_{sy} (1/1000)	2.43
Extensão do início do endurecimento	ε_{sh} (1/1000)	23
Tensão de rotura	σ_{su} (MPa)	625
Extensão de rotura	ε_{su} (1/1000)	98
Parâmetros histeréticos	R_0	10.0
	a_1	9.0
	a_2	0.15

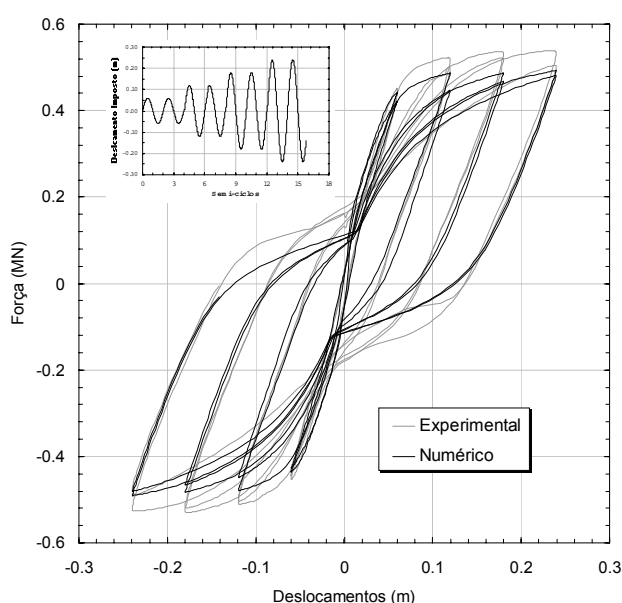


Figura 7 – Diagrama F- δ obtido experimentalmente e numericamente.

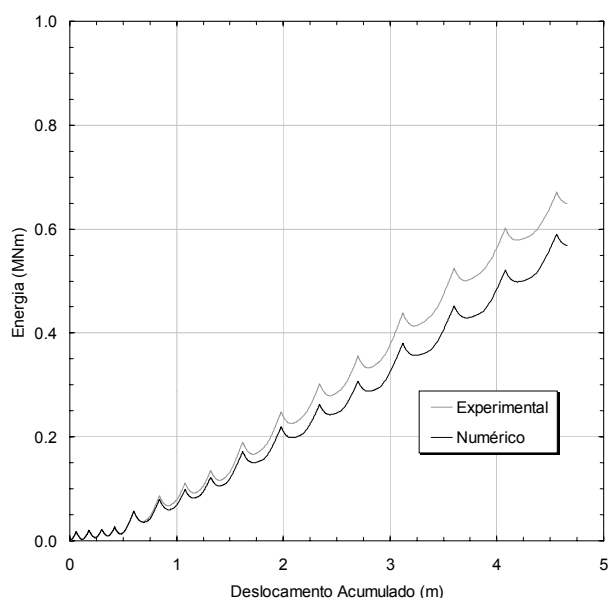


Figura 8 – Diagrama de energia total obtido numericamente e experimentalmente.

A partir do diagrama de F- δ obtido numericamente é possível constatar que, numa fase inicial, o comportamento é idêntico ao experimental. Para deformações crescentes os valores de força obtidos numericamente aproximam-se, por defeito, dos valores registados experimentalmente. Verifica-se que os principais fenómenos que ocorrem neste tipo de estruturas sujeitas a deslocamentos alternados, são simulados com rigor suficiente, nomeadamente: o endurecimento da armadura longitudinal, a degradação da resistência, a degradação da rigidez quer na descarga quer na recarga, CEB (1986, 1986a). É possível observar, Cruz (1998), que para valores relativamente reduzidos de força, o modelo revela um exagerado efeito de estreitamento do diagrama histerético (efeito de *pinching*). Para este comportamento poderá ter contribuído o facto da lei de descargas/recargas do betão (na zona de transição de betão comprimido e para betão traccionado), adoptado no presente trabalho, ser pouco “suave”. A partir do diagrama de energia total *versus* deslocamento acumulado verificou-se que na fase inicial de deformação o modelo numérico acompanhou com elevado rigor os valores registados experimentalmente. Para valores crescentes de deformação os valores de energia total afastaram-se ligeiramente (numéricos/experimentais) sendo, contudo, razoável a concordância entre a simulação numérica e os valores experimentais.

Nesta simulação numérica não foi possível avaliar o desempenho dos critérios de rotura dado que o ensaio do pilar P213C foi interrompido, Guedes (1997).

4. CONCLUSÕES

O modelo numérico desenvolvido permite reproduzir com rigor suficiente o comportamento não linear material de elementos de estruturas porticadas de betão armado submetidas a acções cíclicas. Com base nos resultados obtidos no exemplo analisado é possível concluir que os principais fenómenos que ocorrem, nomeadamente, degradação de rigidez na descarga e na recarga, efeito de *pinching*, degradação de resistência e de rigidez são simulados com rigor aceitável. Porém, o modelo simula o efeito de *pinching* com intensidade superior à observada experimentalmente, pelo que será tema de investigação para próximos trabalhos.

5. REFERÊNCIAS

Comité Euro-International du Beton, *RC frames under earthquake loading - state of the art report*, Thomas Telford (1996).

Comité Euro-International du Beton, *RC frames cyclic loading - state of the art report*, Thomas Telford (1996a).

Comité Euro-International du Betón, *Behavior and Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Alternate Actions Inducing Inelastic Response. Volume 2: Frame Members* (1994).

Timoshenko, S.P., Goodier, J.N., *Theory of elasticity*, McGraw-Hill International Editions, Third Edition (1970).

Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L., *The finite element method*, McGraw-Hill International (UK), Fourth Edition, Vol. 1 e Vol. 2 (1989).

Barros, J.A.O., *Comportamento do betão reforçado com fibra*, Tese de Doutoramento, FEUP, (1995).

Cruz, J.M.S., *Comportamento de estruturas porticadas de betão armado submetidas a acções cíclicas*, Tese de Mestrado, FEUP, (1998).

Barros, J.A.O., *Modelos de análise de estruturas laminares e de compósitos laminados*, Tese de Mestrado, FEUP (1989).

Gomes, A.M., *Comportamento e reforço de elementos de betão armado sujeitos a acções cíclicas*, Dissertação submetida para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Técnica de Lisboa (1992).

Scott, B.D., Park, R. and Priestley, M. J. N., *Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates*, ACI Journal, 79(2), January-February, pp. 13-27 (1982).

Thompson, K.J., Park, R, *Moment-curvature behaviour of cyclically loaded structural concrete members*, Journal Structural Division, Proc. Inst. Civ. Engrs. Part 2, June, p.p. 317-341 (1980).

Guedes, J.P.S.C.M., *Seismic behaviour of reinforced concrete bridges - Modelling, numerical analysis and experimental assessment*, Tese para obtenção de grau de doutor em Engenharia Civil na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (1997).

Menegotto, M., Pinto, P., *Method of analysis for cyclically loaded R.C. plane frames including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending*, Symposium on Resistance and Ultimate Deformability os Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads, IABS Reports Vol. 13, Lisbon (1973).